

ランダムに結合した生態ネットワークの複雑な振舞い

佐藤 和弘[※]

§ 1 はじめに

われわれは簡単なゲームにしばしば強く魅了される。なぜなら 1) 簡単なゲームが非常に複雑な振舞いを示すからである。また 2) よくデザインされたゲームが、自然界や人間社会の複雑さを理解する上での助けになるからである。この論文で議論する生態系のネットワークモデルも、そのようなゲームの一例である。

この論文では、共通のえじき（餌）をめぐる互いに競合関係にある捕食者集団を考える。モデルを構成するにあたっては、時間的空間的に離散的で、かつ変数も離散的とするセルオートマトンを用いる（文献 1～3 参照）。セルオートマトンは整数しか扱わないので、計算に近似が一切入りこまず、得られる結論はつねに厳密である。モデルの本質は、えじきをめぐる「勝者」と「敗者」とを分ける、『サバイバル』ゲームである。これはもちろん現実的なモデルではないが、捕食生態系の振舞いを理解する上で、大きな助けになるはずである。

まず以下の仮定を設けることにする。

- 1) 捕食者はえじきを求めて狩をするハンターである。
- 2) 捕食者は独自の住みか（巣）を持っている。
- 3) 捕食者は線状に分布する共通の餌場を持つ。
- 4) 餌場はさらに小さなセル領域に分かれており、捕食者は何箇所かのセルをランダムに選び、そこでえじきを捕食する。
- 5) 捕食者どうしはえじきをめぐって直接あるいは間接に競合関係にある。

j 番目の捕食者（以下捕食者 j と略す）が、 i 番目、 k 番目、... のセルでえじきを捕食するとする。これらのセルは捕食者 j のいわゆるニッチである。そこでこの行列 $\{C_{ij}\}$ を次のように定義する

$$C_{ij} = 1, \quad C_{kj} = 1, \quad \dots \quad (i, k, \dots \text{ は捕食者 } j \text{ のニッチ})$$

$$C_{lm} = 0 \quad \text{それ以外}$$

行列 $\{C_{ij}\}$ はまた、捕食者とえじきとの間に形成されるネットワークを定義している。

捕食者はランダムにニッチを選ぶと仮定する（図 1 参照）。次節で述べるように、捕食

者はえじきをめぐる競争の過程で、戦略的に自分のニッチを変更していく。その結果ネットワーク $\{C_{ij}\}$ 自体が変化していく。生態系の長期的な振舞いを特徴づけるのは、このネットワークの変化である。以下で明らかになるように、ある場合にはネットワークがつねに不規則に変化し続ける。またある場合にはネットワークが短い時間で固定されてしまう。さらにその中間的で非常に複雑な振舞いも観察される。ネットワークが変化しても $\{C_{ij}\}$ がランダムであることに変わりはないので、以下このモデルをランダム結合した生態ネットワーク（生態ネットと略）と呼ぶことにする。

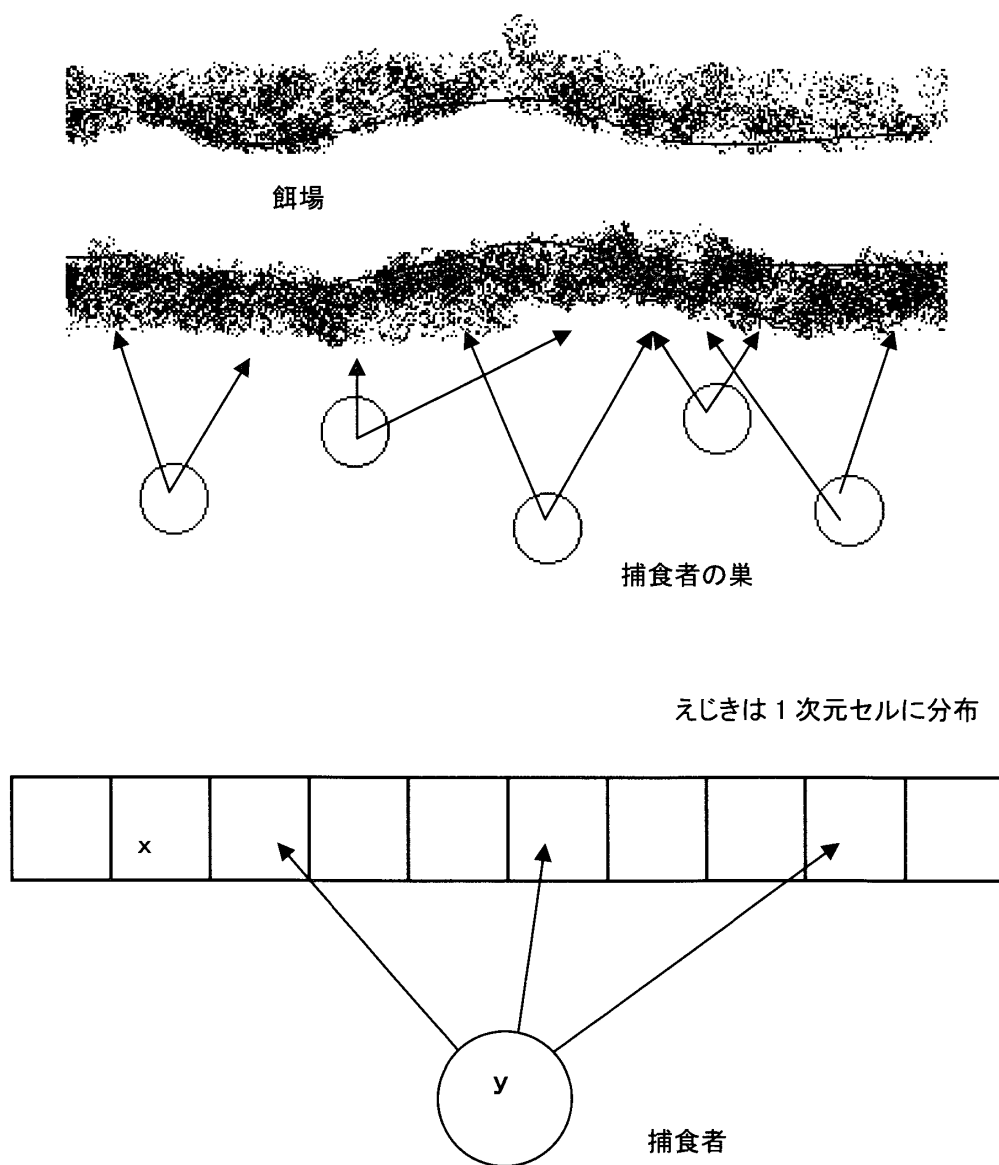


図1 1次元的に配置する餌場とそれにアタックする捕食者

§ 2 ではこの生態ネットの時間発展のルールを述べる。それは時間的にも空間的にも離散的な変数で記述される差分方程式である。さらに競争の敗者が再び復活できるチャンス

を導入する。§ 3 では計算機シミュレーションによる結果を詳しく紹介する。簡単なルールにもかかわらず、このモデルはとても複雑な振舞いを示すことが分かる。§ 4 ではランダム結合生態ネットが示す臨界性について議論する。最後の § 5 では複雑系の視点から見た生態系について考察する。

§ 2 ランダム結合生態ネットの基礎方程式

2.1 時間発展のルール

初めに捕食者がすべて三つのニッチを持つとを仮定する。この生態ネットの結合数 n は 3 である ($n=3$)。 n が 3 以外の場合については最後の節で述べる。

i 番目のセルにおけるえじきの密度 x_i と表す。えじきの密度は整数として取扱う。また捕食者 j はただ二通りの状態をとるものとする。すなわち「活動的」な状態にあるか、「非活動的」な状態にあるか、そのいずれかであるとする。捕食者 j の状態を表す変数を y_j と表し、もし活動的ならば 1、非活動的なら 0 とする。したがって

$$\begin{aligned} x_i &= 0, 1, 2, \dots \\ y_j &= 0 \quad \text{あるいは} \quad 1 \end{aligned} \tag{1}$$

である。

さらに x_i および y_j の関数として、次の 4 つの変数を定義する。

$$\begin{aligned} H_i &= x_{i-1} + x_i + x_{i+1} \\ B_i &= \sum_j C_{ij} y_j \\ A_j &= \sum_i C_{ij} x_i \\ E_j &= \sum_i C_{ij} B_i \end{aligned} \tag{2}$$

ここで H_i は i 番目のセルとその両隣りのセルのえじきの密度の和である。 B_i は i 番目のセルのえじきを捕食する活動的な捕食者の数を与える。 A_j は捕食者 j のニッチにいるえじきの密度の和である。そして E_j は捕食者 j のニッチであるセルを、(自分を含む) 何個の活動的な捕食者が重複して占めているかを与える。生態ネットワークの時間発展方程式はこれらの変数を用いて以下のように決められる。

すべての変数 x_i と y_j は、離散的な時間ステップが改まるごとに、いっせいに新しい値

に更新される。更新のルール（差分方程式）は

$$x_i' \leftarrow x_i - B_i + u$$

ここで

$$u = \begin{cases} 1 & \text{もし } H_i < Q \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \quad (3)$$

また

$$y_j' \leftarrow y_j$$

ただし

$$\begin{aligned} 1 &\leftarrow 1 && \text{もし } A_j > Z \\ 0 &\leftarrow 1 && \text{それ以外} \\ 1 &\leftarrow 0 && \text{もし } A_j > Z \text{ かつ } E_j = 0 \\ 0 &\leftarrow 0 && \text{それ以外} \end{aligned} \quad (4)$$

式（3）は、 i 番目のセルのえじきは活動的な捕食者による狩のため、 B_i だけ減少するが、その一方で、周りのえじきの密度 H が Q よりも小さいときは、時間ステップごとに1ずつ増加することを表している。 Q はこの1次元的な餌場において、えじきの局所的な密度を制限するパラメータである。式（4）は、活動的な捕食者は、えじきの総数 A_j が Z よりも大きかった場合、次の時間ステップにおいても活動的であることを表している。そうでなければ次のステップでは非活動的である。非活動的な捕食者が次のステップで活動的になれるのは、 A_j が Z よりも大きいだけでなく、そのニッチである三つの餌場が、他の活動的な捕食者に占められていない場合である。この条件が満たされないと非活動的な捕食者は次のステップでもまた非活動的である。

生態ネットの時間発展を決めるこれらの方程式は、ただ二つのパラメータ Q と Z しか含まないことに注意しよう。 Q は餌場が供給することのできるえじきの量を制限している。 Z は捕食者が活動的であるために必要とするえじきの最小量である。

ここでは有限の系を扱うことにし、餌場は N 個のセルからなるとする。また捕食者の総数を M とする。当然ながらこの生態ネットワークの振舞いは、 N と nM との比に強く依存する。ここでは $n=3$ だから、 $3M$ は M 個の捕食者によって占有される餌場セルの最大数である。そこでパラメータ

$$p = N / 3M \quad (5)$$

を定義し、これを生態ネットワークのキャパシティ（許容量）とする。 $p > 1$ の場合、原理的には、すべての捕食者が別々のセルを占有することにより、ニッチの重複がいっさいなしで共存できる（理想的なすみわけ状態の実現）。以下しばらくの間、

$$p = 1$$

としてシミュレーションを行うことにする。§ 4で述べるように、他の p の値を持つ生態ネットワークは、 $p = 1$ の場合を基礎としてその振舞いを理解したり予測したりすることができる。

2.2 敗者復活のルール

餌場セルと捕食者の状態を表すベクトル

$$\mathbf{x}(t) = (x_1, x_2, \dots, x_N),$$

$$\mathbf{y}(t) = (y_1, y_2, \dots, y_M) \quad (6)$$

を定義する。初期状態 $\mathbf{x}(0) = (1, 1, 1, \dots, 1)$ および $\mathbf{y}(0) = (0, 0, 1, 0, 1, \dots)$ からスタートし、これらのベクトルの時間発展をコンピュータで計算する（ $\mathbf{y}(0)$ の要素はランダムに 0 か 1）。計算はある有限な時間ステップ T だけ継続する。 T は捕食者の間で競争が行われる期間とみなして、以下これをラウンドと呼ぶ。ラウンドが始まってしばらく時間が経つと（過渡期を過ぎると）、ベクトル $\mathbf{x}(t)$ も $\mathbf{y}(t)$ も、その時間変化が定常的あるいは周期的になる（ただし過渡期が T よりも長いこともある）。

ラウンドの終了時、つねに（あるいは周期的に）活動的である捕食者は競争の「勝者」である。一方ラウンドの終了時、つねに非活動的である捕食者は競争の「敗者」である。つまり捕食者集団は、競争に勝った勝者からなるグループ W_0 と、競争に敗れた敗者からなるグループ L_0 とに二分されることになる。

次のラウンドが開始する前に、勝者と敗者は次のような戦略を取るものとする。

- 1) 勝者はニッチを変更しない。勝者は現在のニッチで餌を獲得することに成功している。
- 2) 敗者は現在のニッチをすて、再度ランダムにセルをアタックする。

したがって結合 $\{C_{ij}\}$ の一部分はランダムに更新されることになる。

この新しい結合のもとで、再び $\mathbf{x}(t)$ と $\mathbf{y}(t)$ の時間発展を計算する。捕食者集団は、ラウンドの終了時、再び勝者のグループ W_1 と敗者のグループ L_1 とに分かれる。しかし W_1 と W_0 とは必ずしも同一ではなく、新しい勝者グループが形成されることがある（敗者集団 L_0 と L_1 についても同様）。つまりこれは「敗者復活」のルールである。

ラウンドを多数回繰り返すと、勝者グループの時系列

$$W_0 \rightarrow W_1 \rightarrow W_2 \rightarrow W_3 \rightarrow \dots \rightarrow W_r \rightarrow \dots \quad (7)$$

が得られる。ラウンドが進むにつれて、勝者の数が増加していくなら、生態ネットは徐々に効率化（最適化）されていることになる。この時系列が、やがてある固定された勝者グループ W^* に収束するならば、生態ネットは自己組織化されたことになる。一方恒常的な敗者グループ L^* はいずれ消滅してしまうだろう（あるいはこの餌場に見切りをつけ他の餌場を求めて移動していこう）。この意味でこのランダム生態ネットのモデルは、捕食者の「生き残り」をかけたサバイバルゲームとみなされる。

2.3 シミュレーションの方法

計算機によるシミュレーションは

$$N = 150, M = 50 \quad (8)$$

というサイズに対して行われた（ここで $T = 200$ ）。パラメータ Q と Z の値によっては、ラウンドが終了するまでに定常解あるいは周期解に収束せず、勝者グループが成立しないことがあった。その場合は時間 T を適当に延長することにした。それでもなお収束しない場合は、生態ネット自体がカオティックな状態にある。

図2は勝者グループがどのように決まるか、またラウンドが進むにつれて、勝者グループがどのように再構成されていくかを図示したものである。ドットパターンは $y(t)$ の時間変化を示している（ここで $y_j = 0$ なら○、 $y_j = 1$ なら●）。矢印は敗者グループによるニッチの再構成が行われるステップを示している。この図ではラウンドごとに勝者グループが入れ代わっている。

勝者集団の形成プロセス

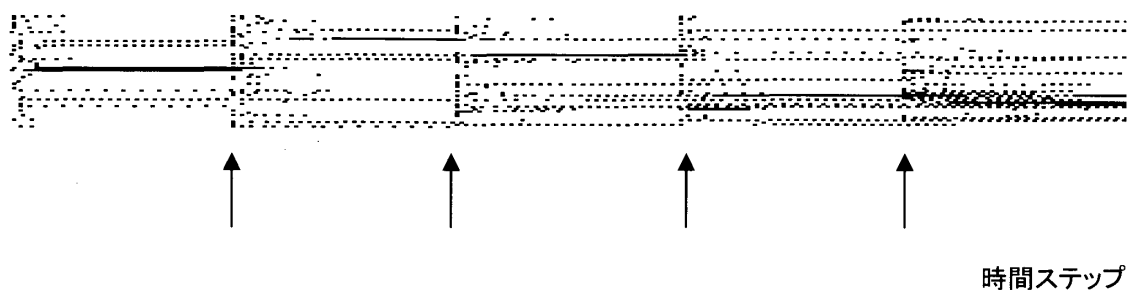


図2 ラウンドごとに敗者が餌場を変えるルール

ここで新しいベクトル $S_r = (1, 0, 1, 1, \dots)$ を定義する。 j 番目の捕食者が勝者なら $s_j = 1$ 、敗者ならば $s_j = 0$ である。さらにこの S_r を用いて、勝者グループ W_r の時系列的な変化を特徴づける3つの変数を定義する。

$$s = \sum_j s_j / N \quad (9)$$

$$O = 3s - f \quad (10)$$

$$D = N[S_{r-1} \cdot S_r] \quad (\text{ベクトルの内積を規格化}) \quad (11)$$

s は勝者の割合を与える。 f は勝者によって占められるニッチセルの和である。したがってもし変数 O がゼロであれば、勝者グループのニッチには重複が全くなく、逆にゼロでなければある程度ニッチに重複が生じていることになる（すなわち O はニッチの「重複度」を表す）。変数 D は、あるラウンドとその次のラウンドとを比較したとき、勝者グループがどの程度同一のメンバーで構成されているかの目安を表す（以下「同一度」と呼ぶ）。もし勝者グループが全く同一であるならば $D=1$ である。もしあるラウンドにわたって D が1に近い値を維持すれば、そこでは恒常的に勝者グループが維持されていることになる。これは生態ネットに自己組織化あるいは秩序形成が起きたことを意味している。逆に D （1より小さい）が乱雑な変化をするときは、捕食者の競争が激しく、恒常的な勝者グループは存在しない。これは生態ネットがカオティックな状態にあることを意味している。

2.4 調査したパラメータ領域

調査したパラメータ領域は $Q=1\sim 4$ 、および $Z=1\sim 12$ の範囲である。 $Z > Q+1$ の場合はすべての捕食者集団はじきに非活動的となる。なぜなら餌の要求 Z がえじきの供給量 Q よりも大きいからである（このパラメータ領域には興味がない）。一方 $Q < 3$ の場合は過渡期がとても長く、勝者グループが定まる前にラウンドが終了してしまう。以下で紹介するのは

$$Q, Z = \begin{matrix} & 3,1 & 3,2 & 3,3 & 3,4 \\ 4,1 & 4,2 & 4,3 & 4,4 & 4,5 \end{matrix} \quad (12)$$

というパラメータセットの場合である。

§3 生態ネットワークの複雑な振舞い

3.1 特徴的な振舞い（カオス、秩序、そして臨界）

パラメータセット $(Q,Z)=(3,2)$ に対して行った計算の結果を図3に示す。図3(a)は同一度 D と勝者の割合 s をラウンド R の関数としてプロットしている。総ラウンド数は5000である。このパラメータの場合は、勝者グループがラウンド中に決まらないことがある。同一度 D を見るとつねに激しく変動を続けている。これは勝者グループが常時交代していることを意味する。しかし何回か D の値がほとんど1に近い期間がある。これらの短い期間においては勝者グループが確立されている。しかし勝者グループが長く維持されることはない。およそ100ラウンドも経てば、それまで継続していた勝者グループは崩壊し、別

な勝者グループが取って代る。なお餌場の重複度 O を計算すると捕食者間に激しい競合が続いていることが分かる。各ラウンドの最後のステップにおける状態ベクトル x と y とが、図3(b)に1次元のドットパターンとして示されている。 x の場合は $x_i=0$ ならば○、 $x_i>1$ ならば●であり、このドットパターンはえじきの空間分布の時間変動を示している。 y の場合は $y_j=0$ なら○、 $y_j=1$ なら●である。ドットパターンは捕食者の活性度の時間変化を示している。不規則な変動の中に短い期間ではあるが勝者が維持された状態が埋めこまれている。しかし系全体としてはカオティックな状態（カオス相）にあるといつてよい。

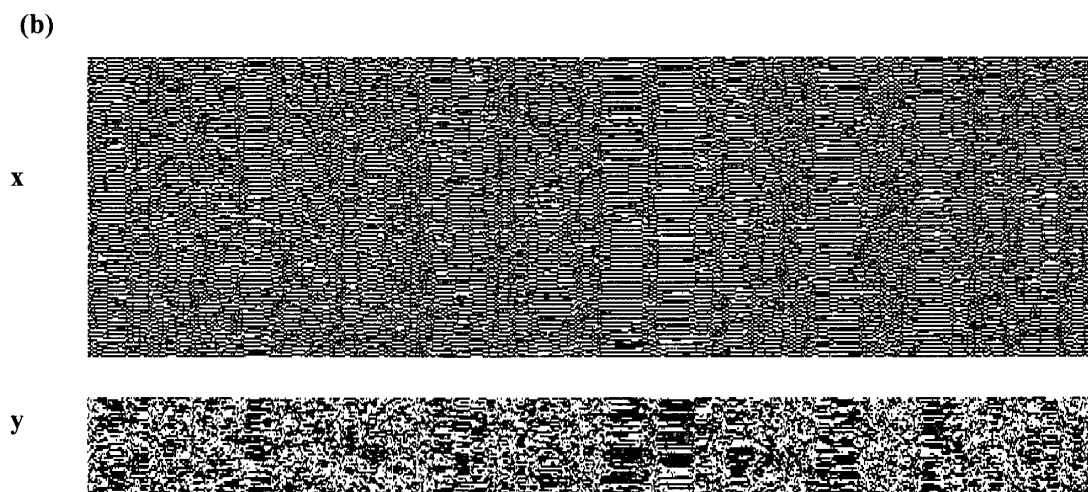
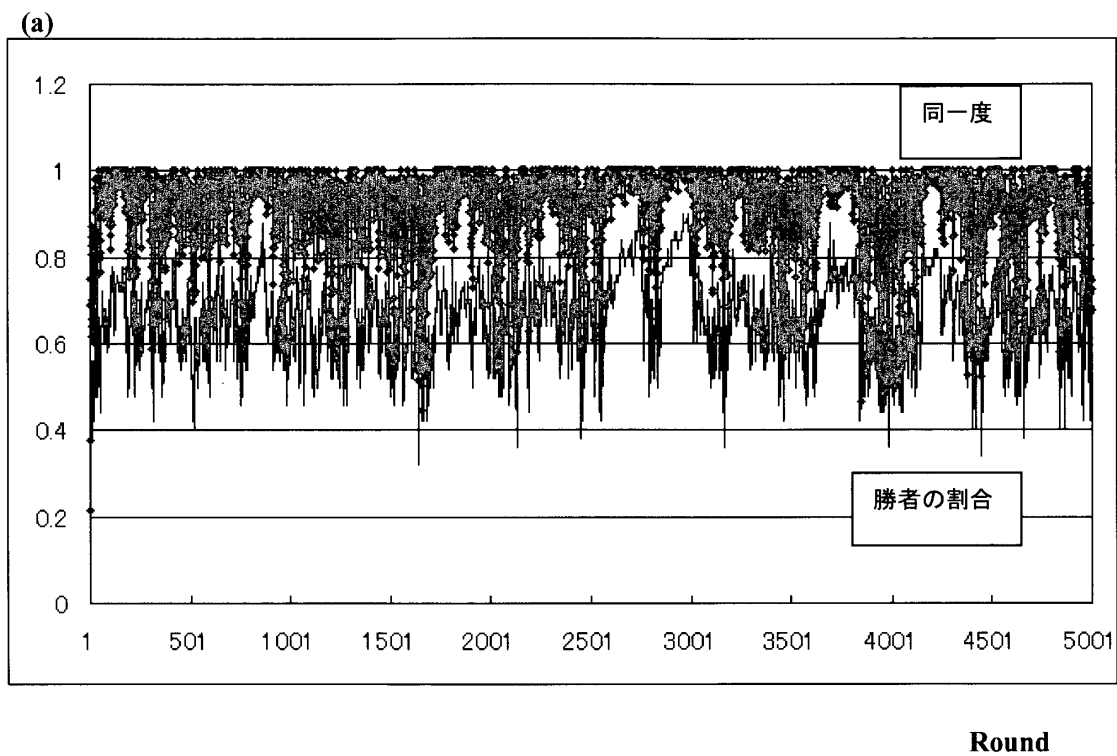


図3 パラメータ $(Q, Z) = (3, 2)$ の場合
 $N=150$ 、 $M=50$ 、 $p=1$

同様にして図4は $(Q,Z) = (3,3)$ の場合についてのシミュレーション結果を図示している。このパラメータでは、スタートしてからしばらく後に、持続する勝者のグループが形成されている。その間はニッチに重複がなく、捕食者の完全なすみわけ状態が実現している ($D=1$ 、 $P=1$ 、そして $O=0$)。しかしこのような勝者グループは「突然」に崩壊する。そして生態ネットワークは再び乱れた相に戻ってしまう。ラウンドが進むと、再び新しい勝者グループが形成され、それはしばらくの間維持される。このグループもまた突然に崩壊する。3、4回これを繰り返したのち、2500ラウンド以降は同一の勝者グループがずっと維持され続ける。4000~4500ラウンドではこのグループにわずかなゆらぎが生じている。図4(b)に示されたドットパターンと比較するとこの状況がよく分かる。なお勝者グループが維持されている間、生態ネットワークは高度に効率化されている。それは勝者の割合 s が大きな値を取っていることから分かる。

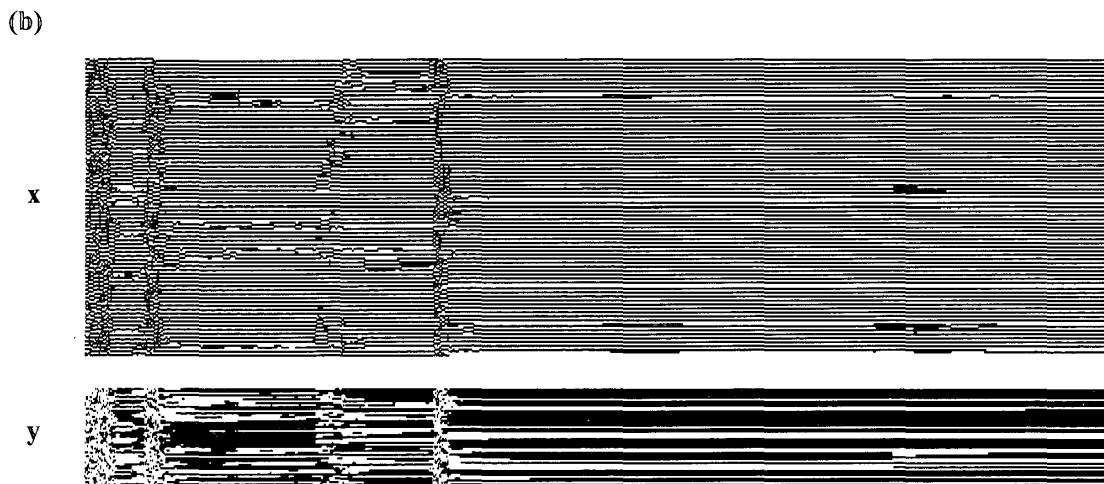
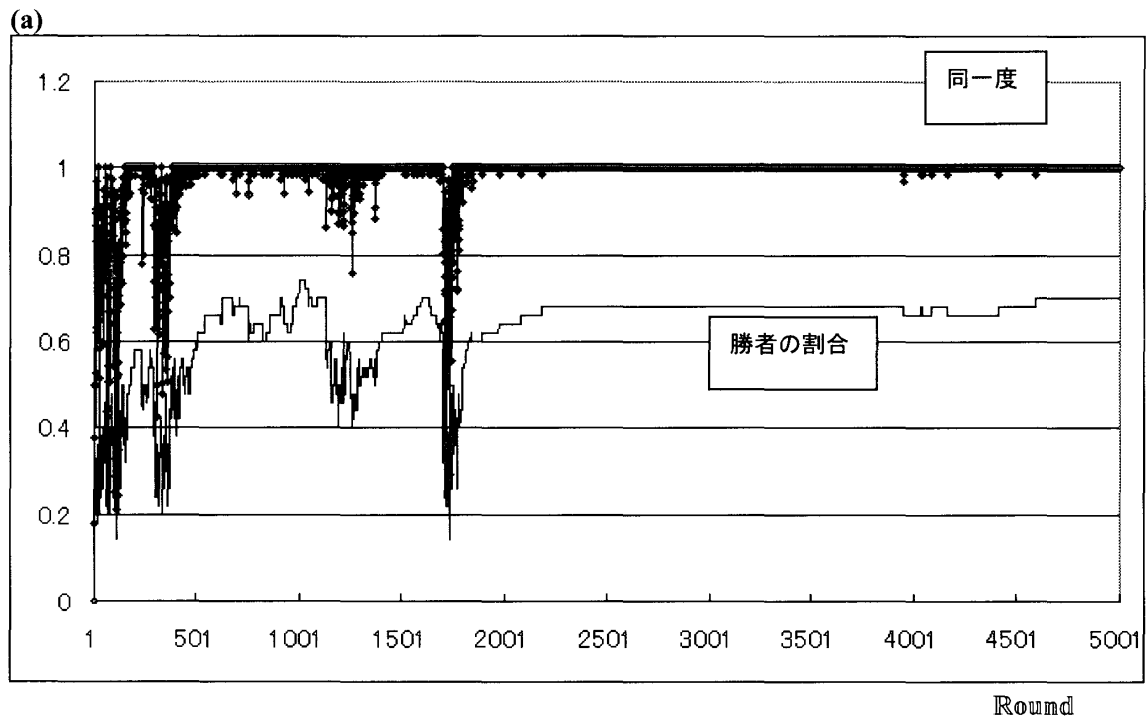


図4 パラメータ $(Q,Z) = (3,3)$ の場合
 $N=150$ $M=50$ $p=1$

勝者グループの形成とその突然の崩壊は、この生態ネットワークの不安定な性質を示している。ここでは一時的な秩序が形成されはするが、それはじきに崩壊して再びカオティックな相に転移する。これは系が臨界状態（臨界相）にあることを示唆している（臨界相については § 4 で詳しく議論する）。

パラメータが $(Q, Z) = (4, 4)$ の場合を図 5 (a) に図示する。この場合は勝者グループがあったという間に形成され、それはもはや変わることなく維持される。捕食者どうしの競争は終了し、定常状態が実現される ($D=1, P=1, O=0$)。図 5 (b) を見れば、えじきの空間パターンがときおり弱く乱されていることが分かる。しかしこの乱れは勝者グループに大幅な変更を生じさせるほどではない。形成された秩序は強固で、もはや崩壊することはない。図 4 の場合に見られた不安定さとは違い、これは安定な秩序状態（秩序相）である。

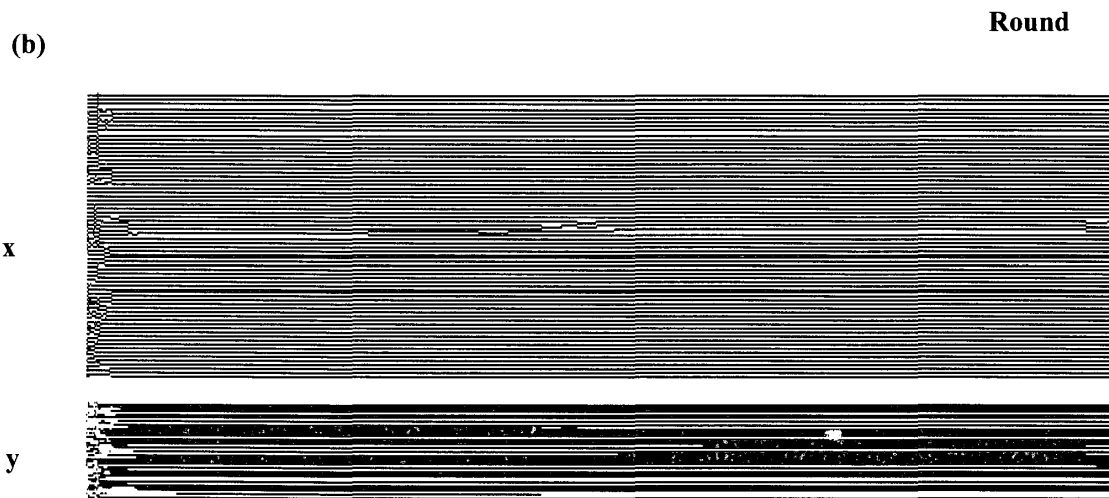
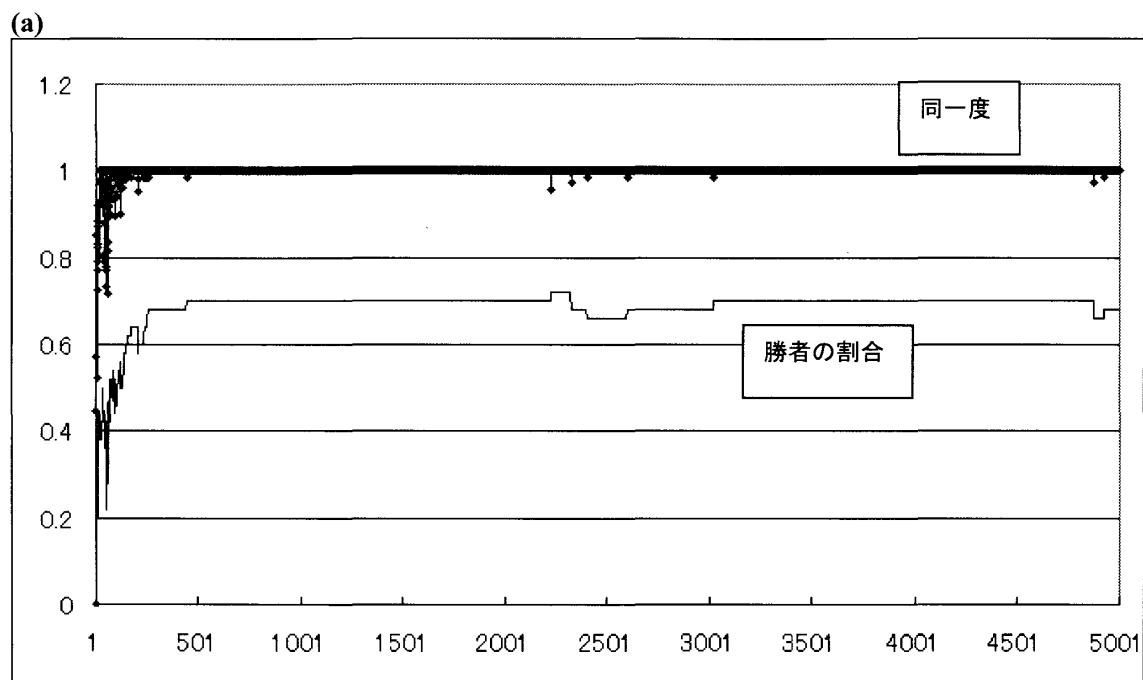


図5 パラメータ $(Q, Z) = (4, 4)$ の場合
 $N=150$ $M=50$ $p=1$

初期状態を変えて計算を繰り返すと、ここで述べた三通りの振舞いは、生態ネットが示す特徴的な振舞いであることが分かる。すなわちパラメータセットに対応して、生態ネットはカオス相、臨界相、秩序相のいずれかに分類される。

3.2 秩序崩壊のしくみ

パラメータセット $(Q, Z) = (3, 3)$ で見られる生態ネットの不安定さは何に由来するのだろうか？ 実はここには一つの定常解が存在する。すなわちえじきの空間分布が周期的 $x = (...0, 2, 0, 2, 0, 2, ...)$ で、捕食者は値が2であるセルを2つ、値が0であるセルを1つニッチに持つという場合である。もちろんニッチの重複度はゼロである。

ランダムな結合からスタートしてラウンドを重ねるうちに、やがてこの定常解に到達するならば、それ以降は永久に持続する勝者グループが形成される。敗者グループの捕食者集団が再び勝者になるチャンスはゼロである。しかし有限時間の計算において、この定常解が達成されることはまずない。図4の場合がその例であり、えじきの空間分布は定常解から少し乱れており、捕食者もまた定常的にはならない。図4(b)ではパターンにわずかな乱れが残っている。一見この程度の乱れは問題にならないように思えるが、実はそうではない。ラウンドごとに敗者が新しい餌場セルをアタックすることにより、生態ネットにはつねに内部的なノイズにさらされている。多くの場合この内部的なノイズが乱れに大きな影響を与えることはない。しかしある場合にはこのノイズが誘引になって、わずかな乱れが急速に増幅され、ついには秩序を崩壊させることになる。

3.3 さらに多様な振舞い

パラメータが $Q - 1 > Z$ の場合 $((Q, Z) = (3, 1), (4, 1), \text{および} (4, 2))$ 、生態ネットには安定な秩序が形成される。なぜならこれらの場合には、えじきの供給量 Q が、捕食者の要求 Z よりも十分大きいからである。それとは対照的に、 $(Q, Z) = (3, 4)$ の場合には、すべての捕食者が非活動的な状態に陥った。この餌場では集団を維持するだけのえじきの供給がなく、捕食生態系が成立しえないということである。

$(Q, Z) = (4, 5)$ あるいは $(Q, Z) = (4, 3)$ の場合、生態ネットの振舞いはとても複雑である。ローカルに秩序が形成されてはすぐ崩壊するという繰り返しが見られる。図6に $(Q, Z) = (4, 5)$ の場合を示す。秩序は形成されるものの、それは常時ゆらいている。図7、8に $(Q, Z) = (4, 3)$ の場合を二例示す。図7では勝者の割合が0.8付近で変動し、ときおり1に接近している。1万ラウンドまで計算を続けてもこの様子は変わらない。秩序は形成されても系には小規模ゆらぎが常時発生し、わずかながら勝者のメンバーにも変化が起こっている。一方図8では2000ラウンドあたりから秩序が形成され、さらにその後勝者の割合がほとんど1に達している（秩序もこの後ずっと維持される）。ここでは生態系は最高度に効率化されている。しかし図7、8いずれの場合においても、 y の平均値は0.7から0.8程度に留

まっていることに注意しよう。系全体が効率化はされても、捕食者の間の競合は依然として強く、勝者が常に活動状態を維持できるわけではないのである。

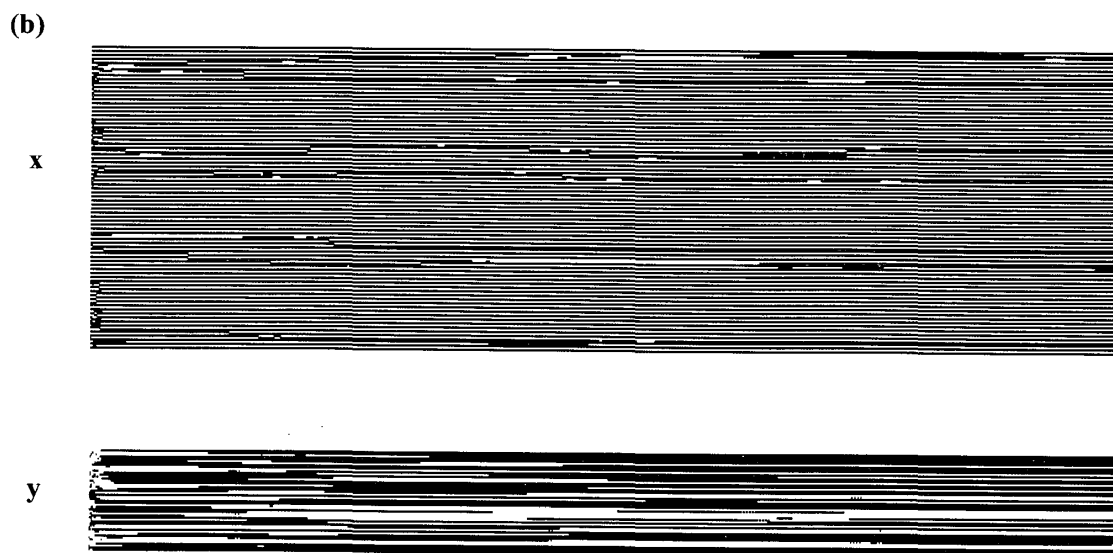
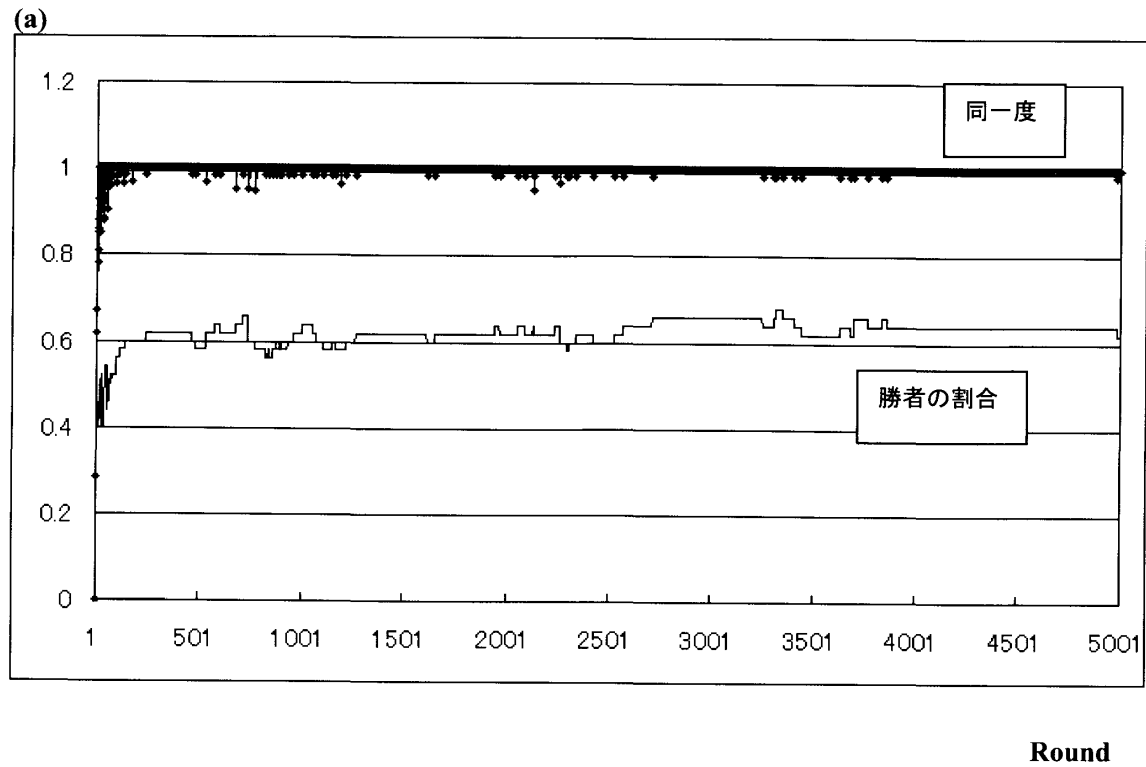


図6 パラメータ $(Q, Z) = (4, 5)$ の場合
 $N=150$ $M=50$ $p=1$

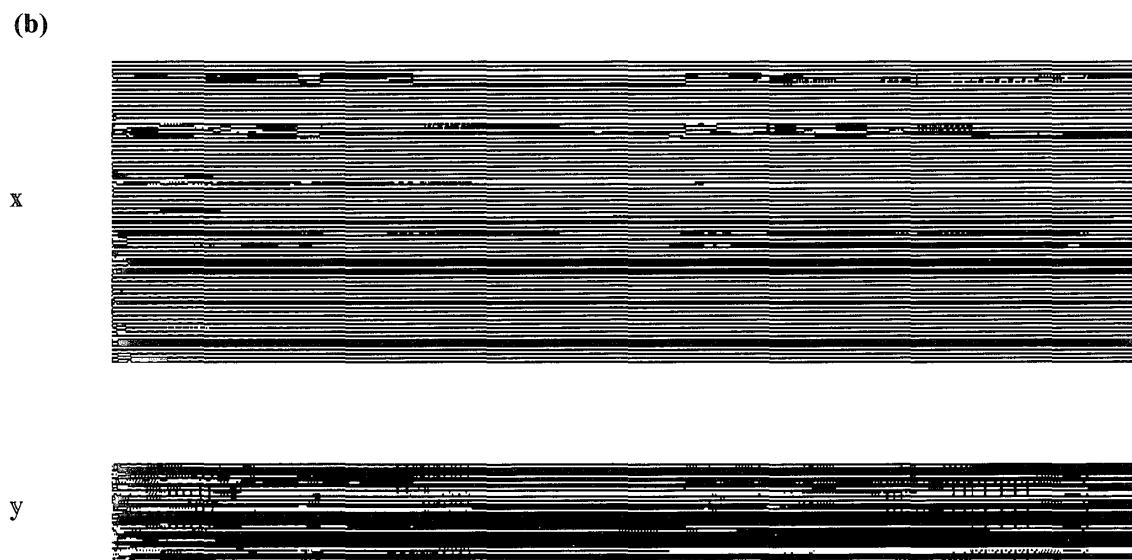
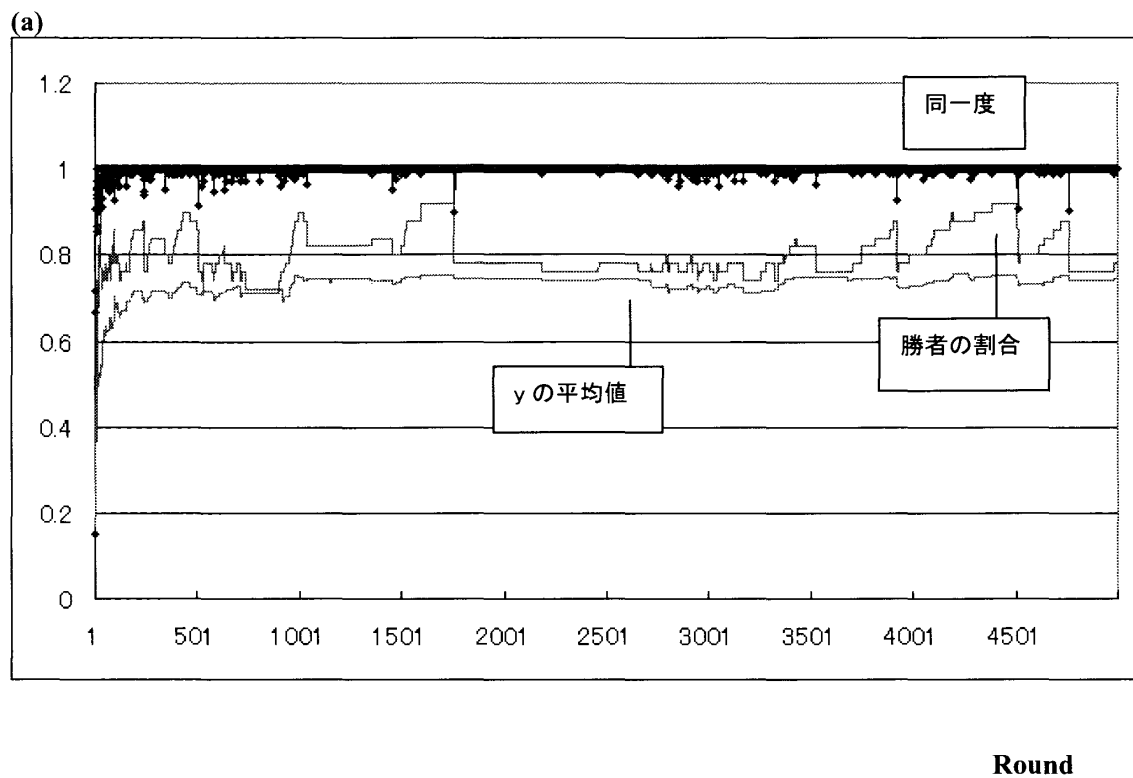


図7 パラメータ $(Q, Z) = (4, 3)$ の場合
 $N=150$ $M=50$ $p=1$

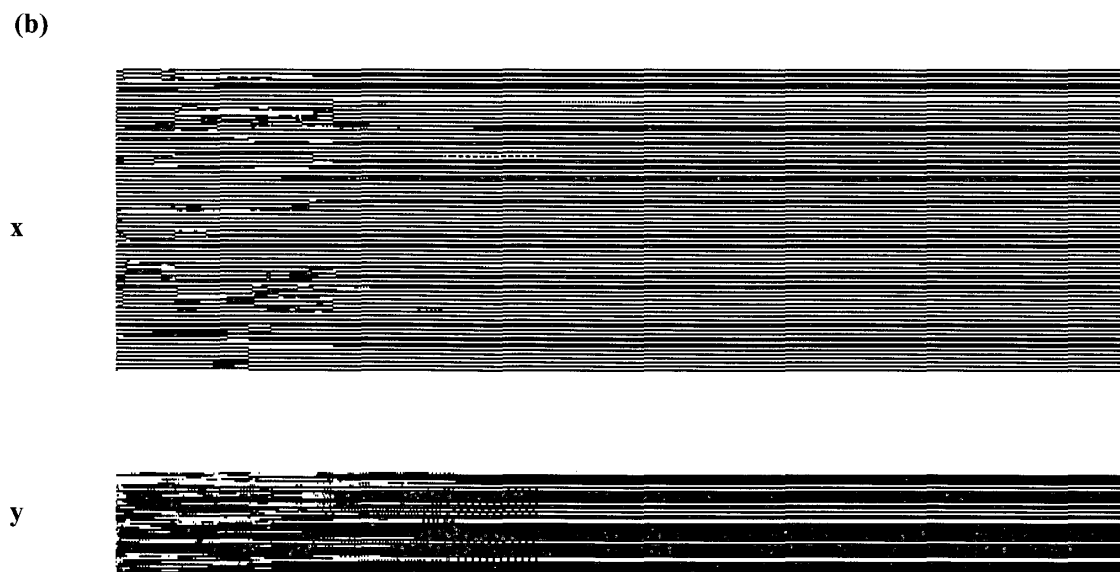
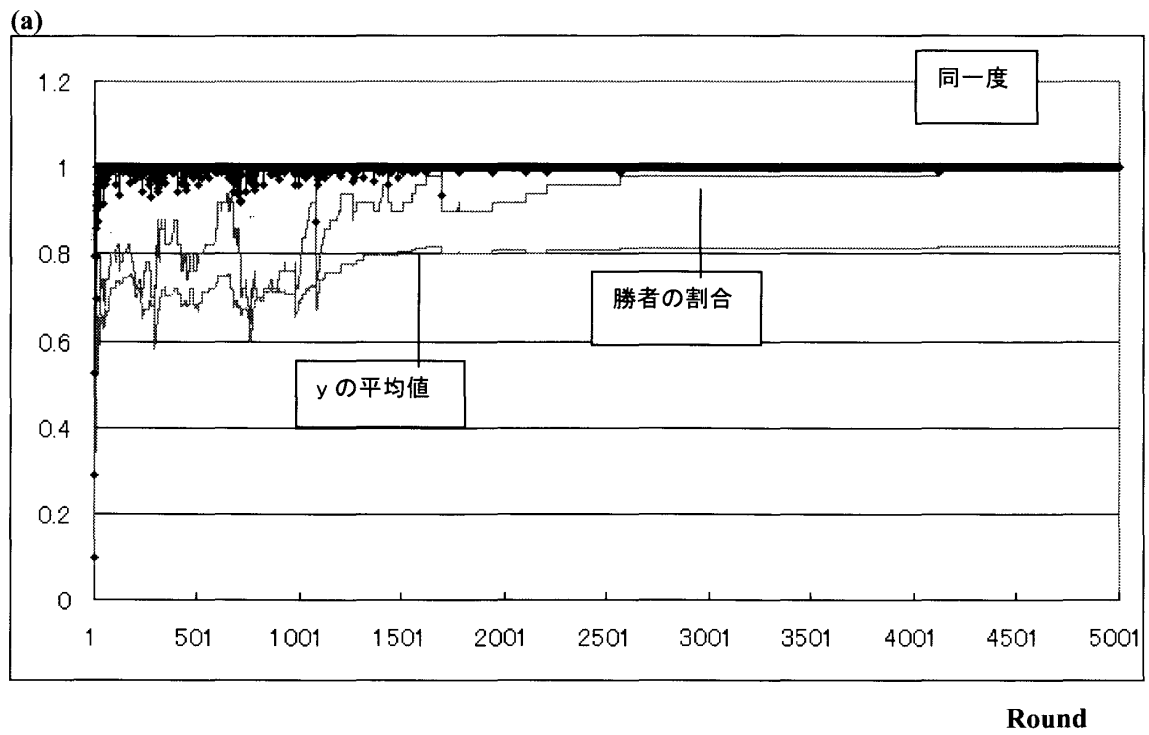


図8 パラメータ $(Q, Z) = (4, 3)$ の場合
 $N=150$ $M=50$ $p=1$ 図7とは別な初期条件

§ 4 生態ネットワークの臨界性

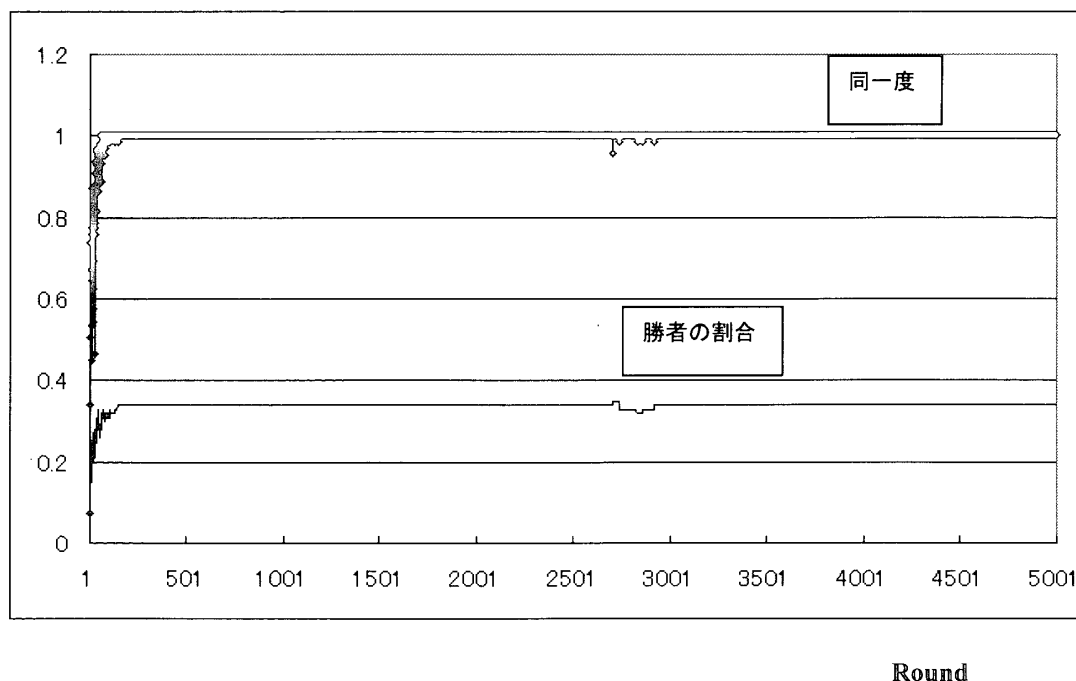
4.1 p 依存性

前節では、生態ネットワークがパラメータ Q 、 Z のセットによって、カオス相、臨界相、秩序相、さらに中間的で複雑な相を形成することを見てきた。これらはすべて系のキャパシティ（許容量） p が 1 に等しい（ $p = 1$ ）場合に示されたことである。しかし実は、 $p > 1$ の場合でも、 $p < 1$ の場合でも、生態ネットワークの振舞いは $p = 1$ の場合を基準にして議論することができる。

p が 1 より十分大きい場合は、捕食者同士の競合が問題になることはないので、初めに少し混乱があっても、急速にすみわけが進行し、生態ネットに安定な秩序状態が形成される。 p が 1 よりやや大きい場合は、近似的に定常解である $(..., 0, q, 0, q, ...)$ 、ただし $q = Q - 1$ が達成される。逆に p が 1 より小さい場合は、 $p = 1$ でカオティックな系はやはりカオティックである。

$p = 1$ で複雑な振舞いを示した系は、 $p < 1$ でむしろ安定な秩序相を形成するようになる。図 6 で示したように、 $(Q, Z) = (4, 5)$ というパラメータセットの場合、 $p = 1$ の系ではローカルな秩序が形成されるものの、秩序が長続きするとか秩序が系全体に広がるという傾向はなかった。しかし同じパラメータセットでも、 $N = M = 100$ 、したがって $p = 1/3$ の系で同じ計算を行うと、系はより安定な秩序相を形成するようになる。その様子が図 9 に示されている。安定化の理由は、餌場セルの数が減少したことにより、敗者どうしの競争がより激しくなり、敗者が競争に打ち勝ってニッチを獲得することが困難になるからである。一旦勝者となったグループが敗者にとってかわられる確率は小さい。実際に図 9 では勝者の割合 s が定常解で達成される $0.25M$ に近いことが分かる。

(a)



(b)

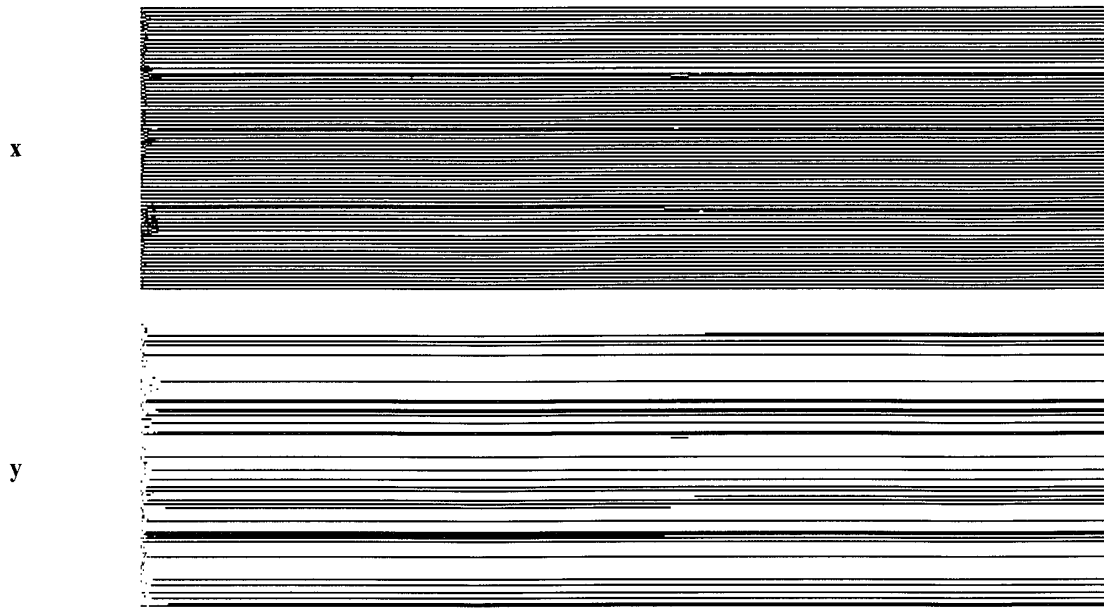
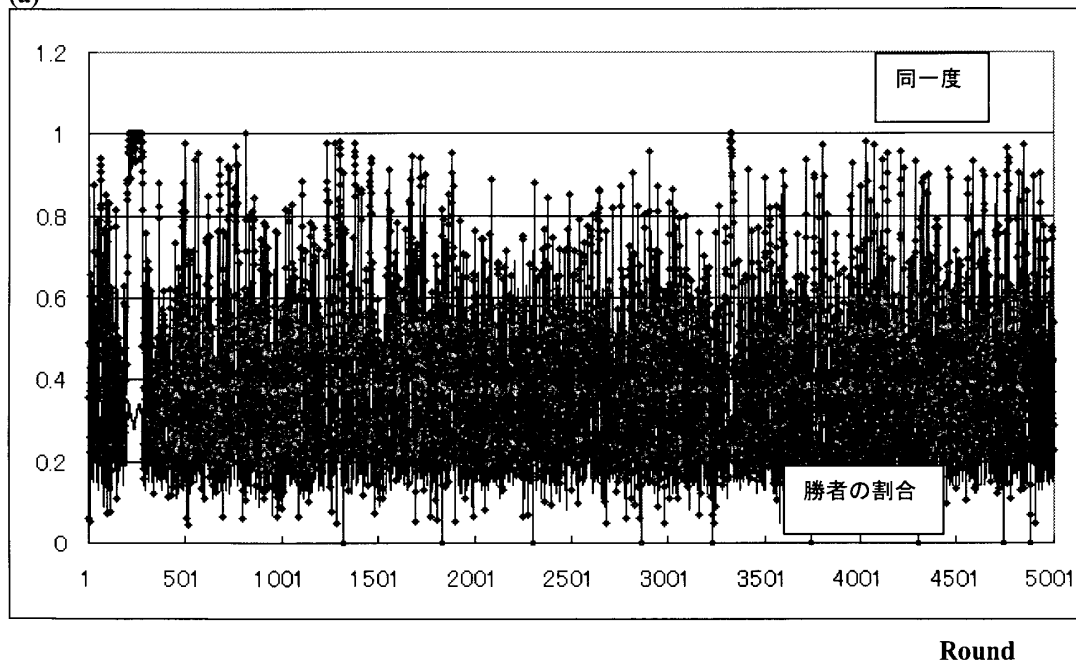


図9 パラメータ $(Q, Z) = (4, 5)$
 $N=150$ $M=150$ $p=1/3$

4.2 カオスから秩序への転移

パラメータセットが $(Q, Z)=(3, 3)$ の場合は、 $p=1$ が臨界相となる。 p を1の前後で変化させながら計算を行ってみると、 $p=1$ を境にして、生態ネットワークの状態はカオス相から秩序相へと転移していくことが分かる。図10は $p=1/2$ ($N=150$, $M=100$)の場合について、図11は $p=1.6$ ($N=240$, $M=50$)の場合について、それぞれ同一度とドットパターンの変化を図示した。 $p=0.5$ では系はまったく不規則で、勝者も敗者もない。一方 $p=1.6$ では1100ラウンドの後、恒久的な勝者グループが確立している。

(a)



(b)

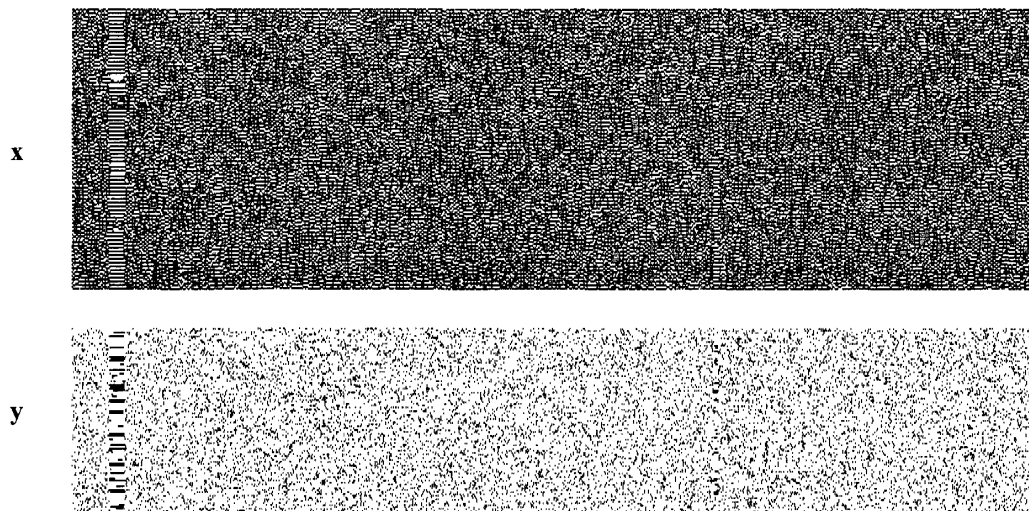
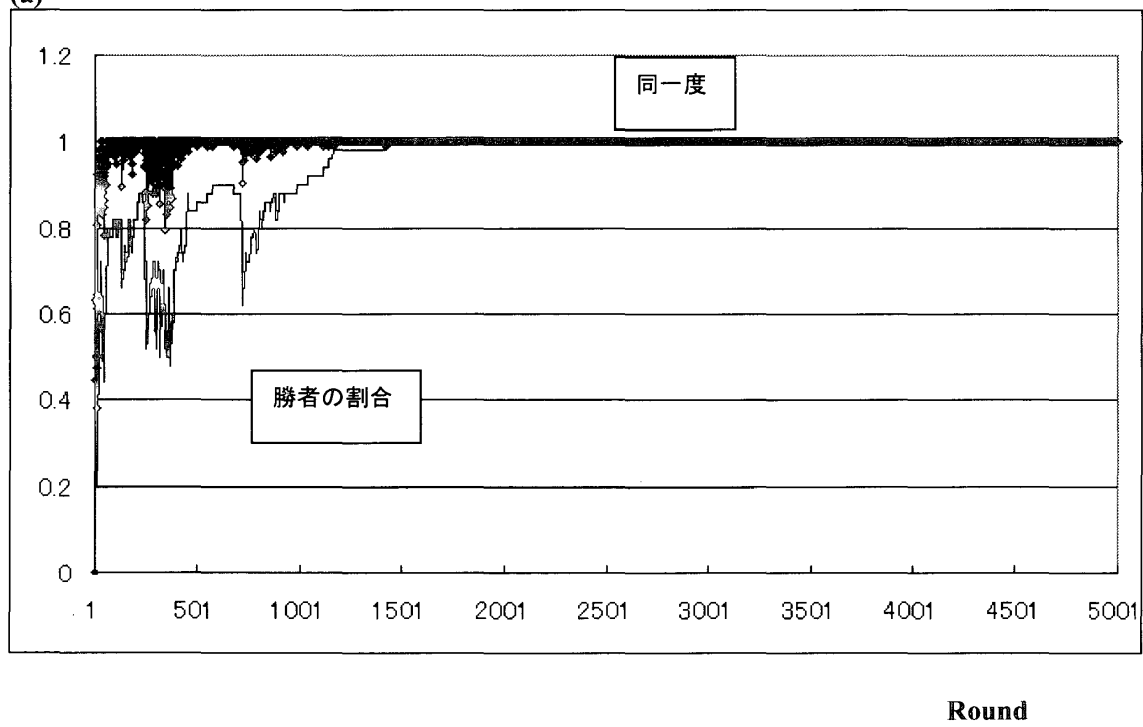


図10 パラメータ $(Q, Z) = (3, 3)$
 $N=150$ $M=100$ $p=0.5$

(a)



(b)

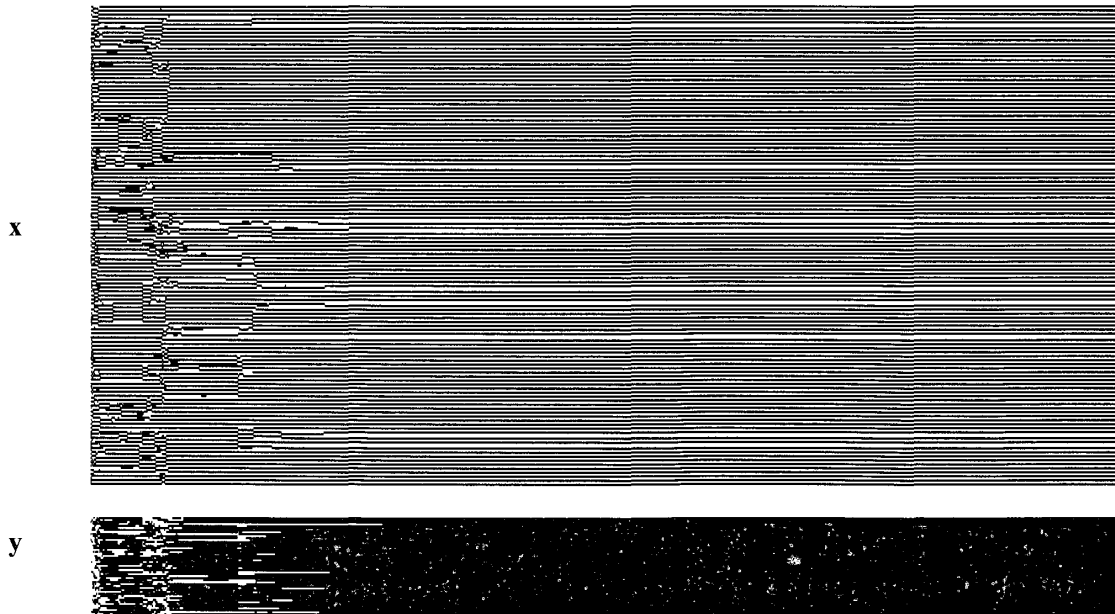


図11 パラメータ $(Q, Z) = (3, 3)$
 $N=240$ $N=50$ $p=1.6$

カオス相から秩序相への転移は p の増大とともにどの程度シャープに起きるのだろうか。それを確認するために、アンサンブルで平均した勝者の数 $\langle Y \rangle$ を求め、それを p の関数としてプロットしたのが図12である。図から分かるように、 $p=1$ 付近で $\langle Y \rangle$ は急速に増大し、その後ゆっくり1に収束していく。また結果は図示しないが、 $p=0.9$ と1.1の間で、 $\langle Y \rangle$ のゆらぎが非常に大きくなることが分かっている。これらの現象は、統計物理でなじみ深い2次相転移に類似している。

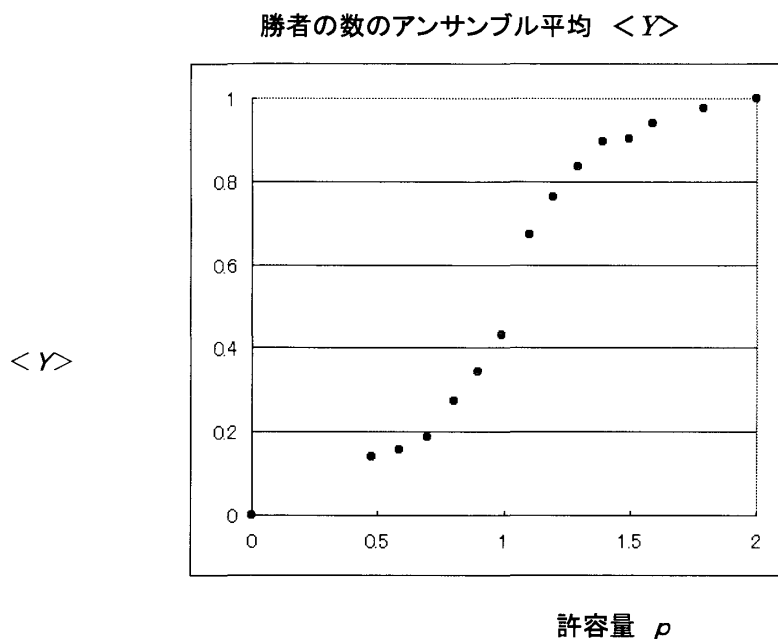


図12 p に依存して不規則な状態から秩序形成へと転移が起きる様子

4.3 臨界状態での振舞い

(Q, Z) = (3, 3)、 $p = 1$ の系の振舞いをさらに調べてみることにする。図 1 3 と 1 4 は、図 4 とは別な初期値からスタートしたこの系の振舞いを示している。図 1 3 の例では、最初の約1500ラウンドは系の振舞いはむしろカオス的である。しかし1500ラウンド付近で突然恒常的な勝者グループが形成され、その後はわずかなゆらぎを除き、計算終了（10000ラウンド）まで維持される。図 1 4 の例では、図 4 同様に、勝者グループの形成および維持とその崩壊が二度、三度と繰り返されている。系の振舞いは初期条件に敏感であり、これは臨界相にある系に特徴的な現象である。

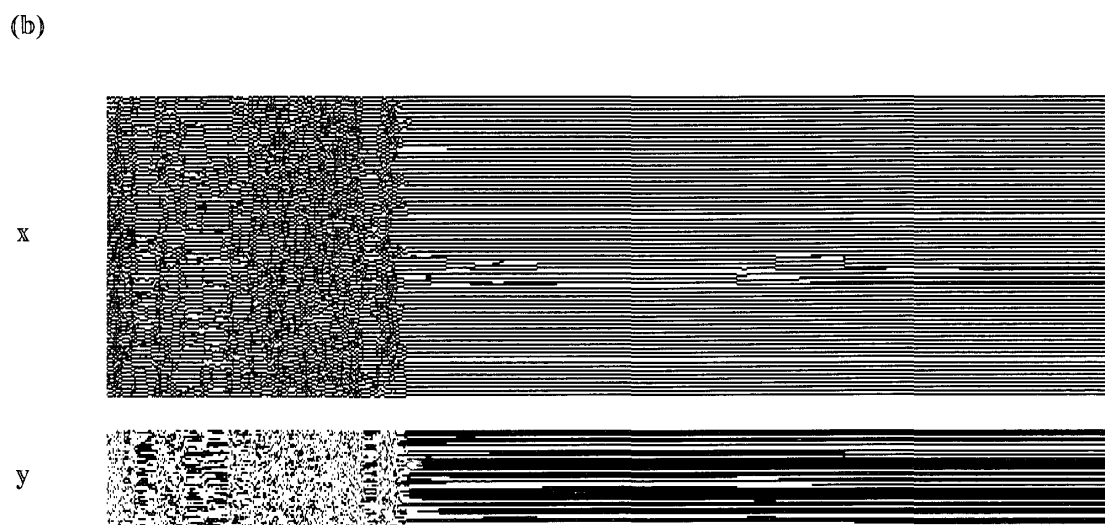
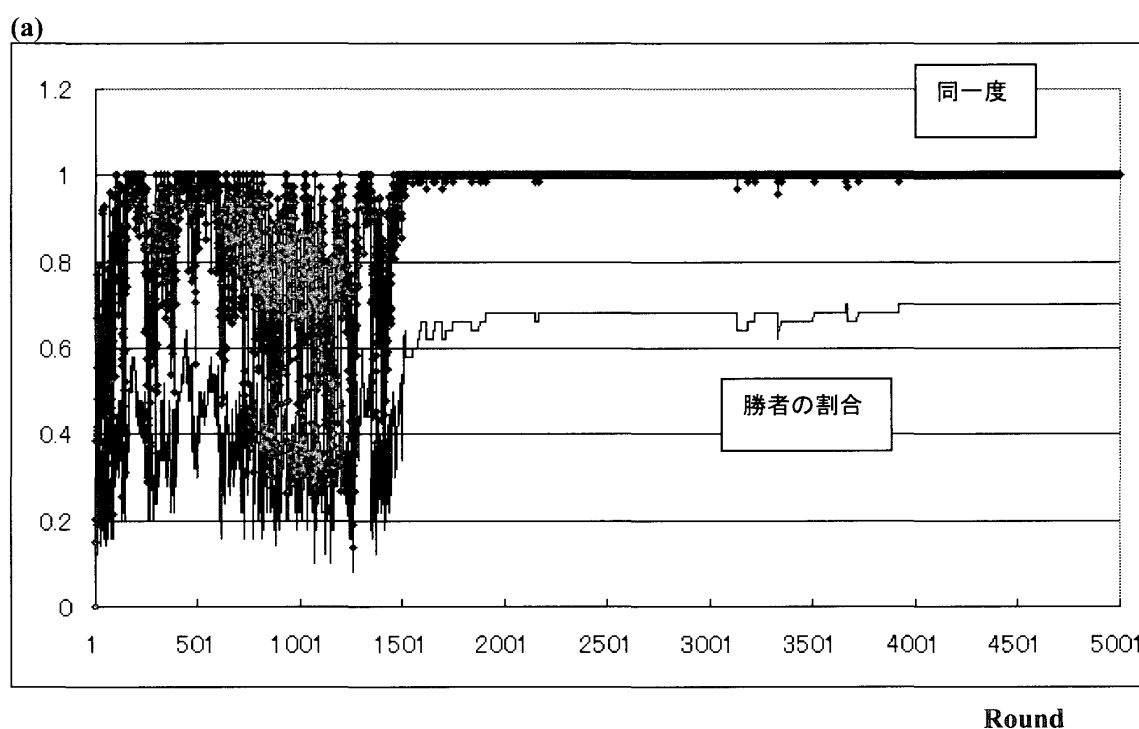


図13 パラメータ (Q, Z) = (3, 3) の場合
図 4 とは初期条件が異なる。

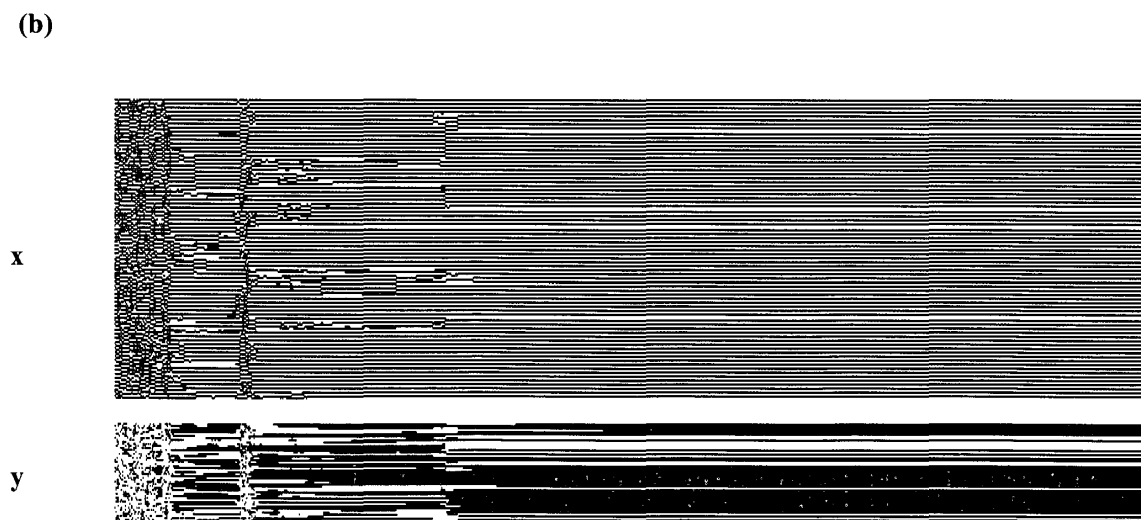
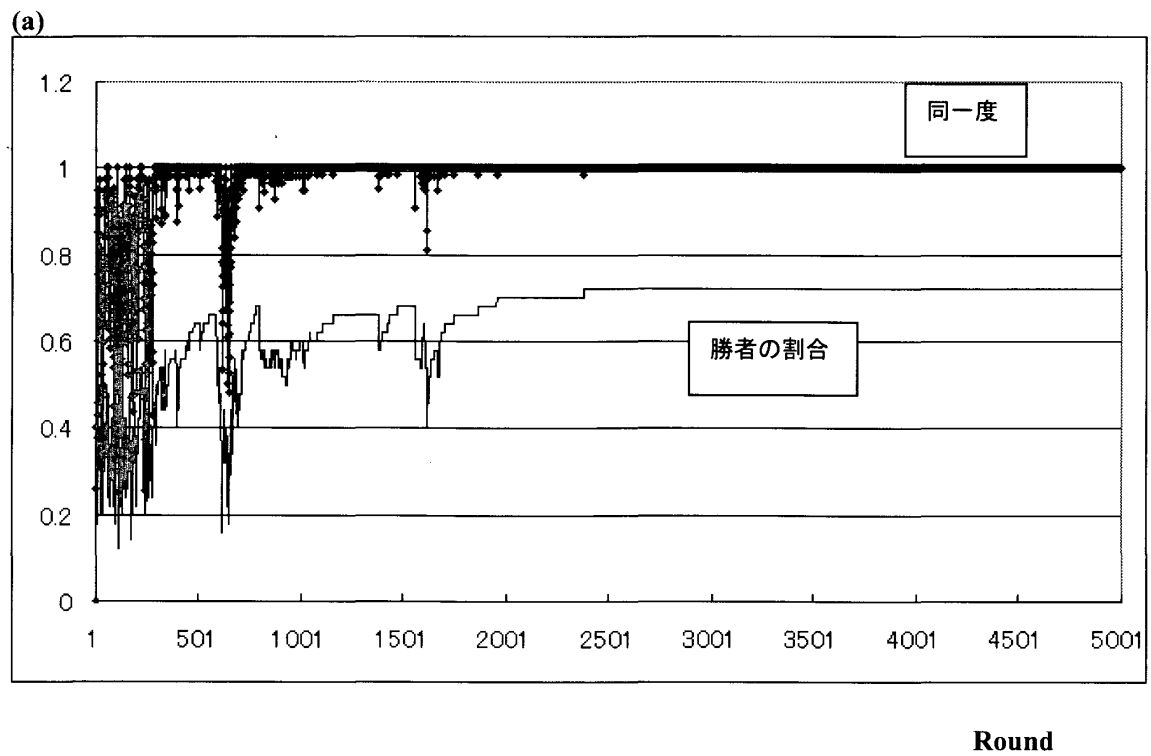


図14 パラメータ $(Q, Z) = (3, 3)$ の場合
図4とも6とも初期条件が異なる。

小さなサイズの系では、かりにそれが臨界相であっても、いったん形成された秩序がその後崩壊せず、ずっと維持され続けることはありえる。一方大きなサイズの系では、一時的な秩序とその崩壊とが、不規則に起こり続けるはずである。そこで系のサイズを変えてその振舞いを調べてみた。ただし系のサイズが大きくなれば、餌場をめぐる競合はさらに多様になるので、系になんらかの秩序が形成されるまでには、かなりのラウンド計算を続行する必要がある。

図15に図4の約2倍のサイズの系、すなわち $N=330$ 、 $M=110$ の系で行った計算結果を示す。ラウンド数は2万回に及んでいる。予想通り、一時的な秩序形成とその崩壊の繰り返しを観測される。さらにラウンドを進めてもこの傾向は変わらない。すなわち一旦形成された勝者集団がずっと維持され続けることはない。図16は、図15のラウンド5001から始まり15000に終る、えじきと捕食者のドットパターンを示している。この間、3回の秩序形成とその崩壊が起きている。秩序形成もその崩壊も突然に起こることに注意しよう。このサイズの系では臨界性が一層顕著になっている。同様の現象は $N=390$ 、 $M=130$ の系でも観察された。しかし $N=450$ 、 $M=150$ の系では3万ラウンドを超えて計算を続行しても、カオス相が継続するだけで、秩序が形成されることはなかった。これは有限サイズの系を用いて臨界性を確認することが容易ではないことを意味している。

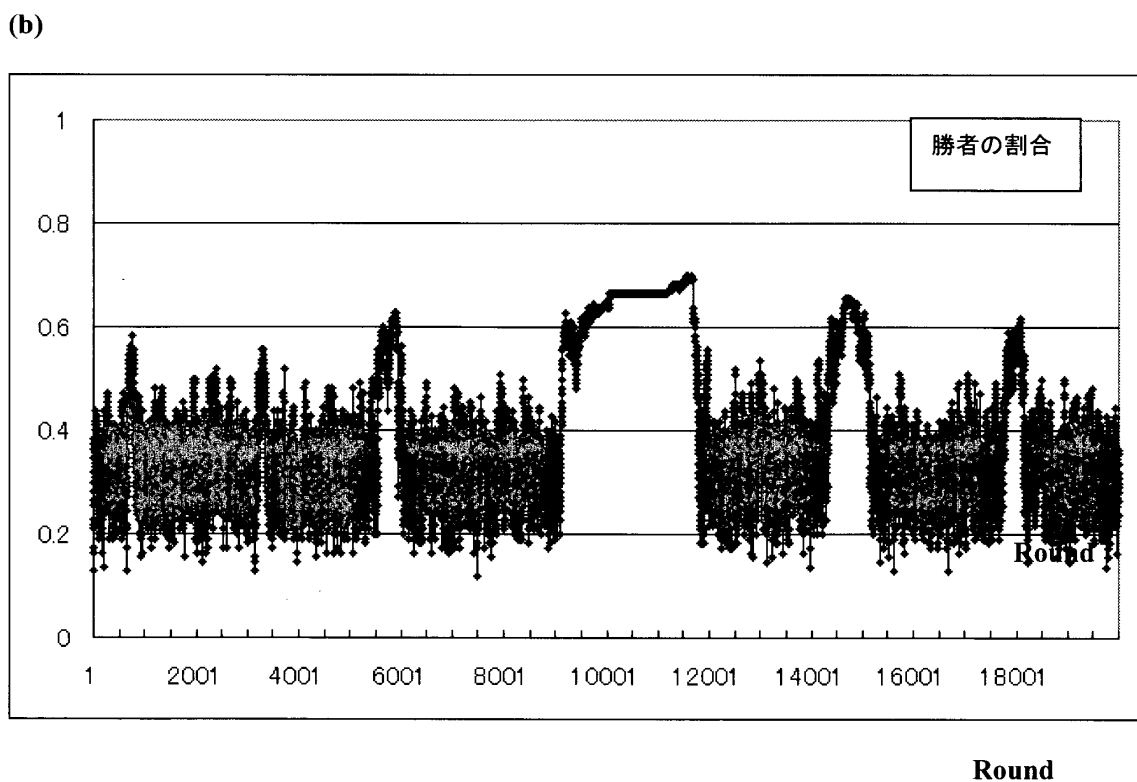
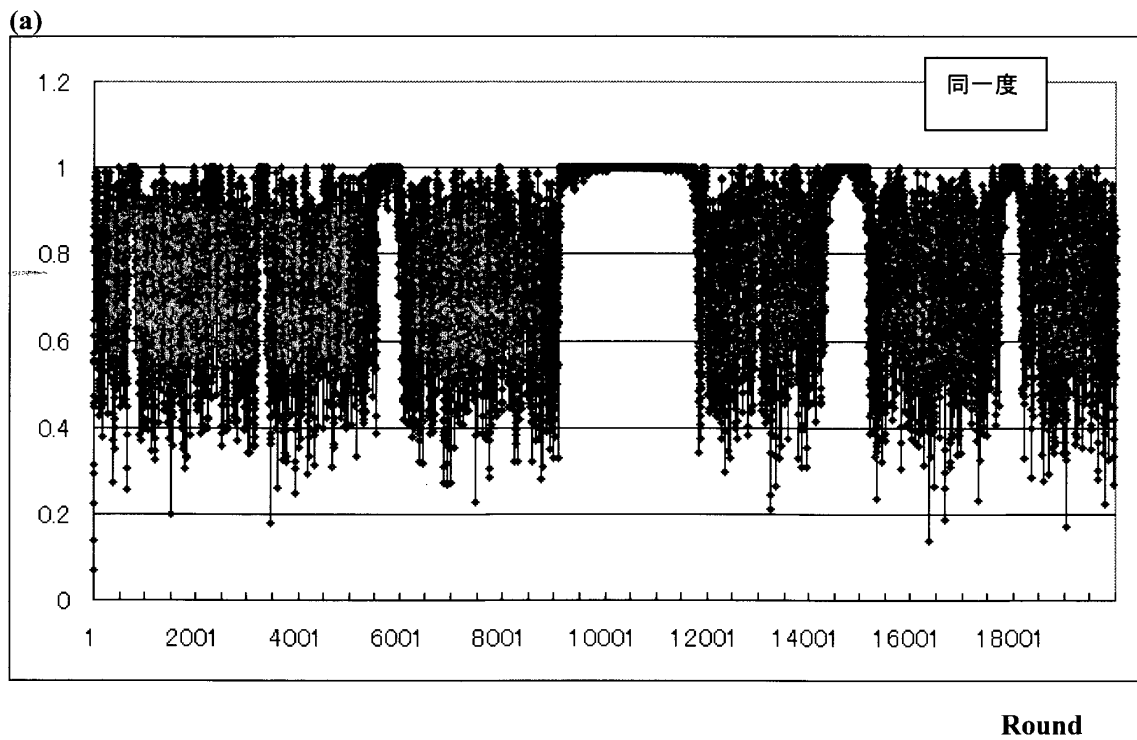


図15 $(Q, Z) = (3, 3)$ 、 $N=330$ 、 $M=110$ の場合

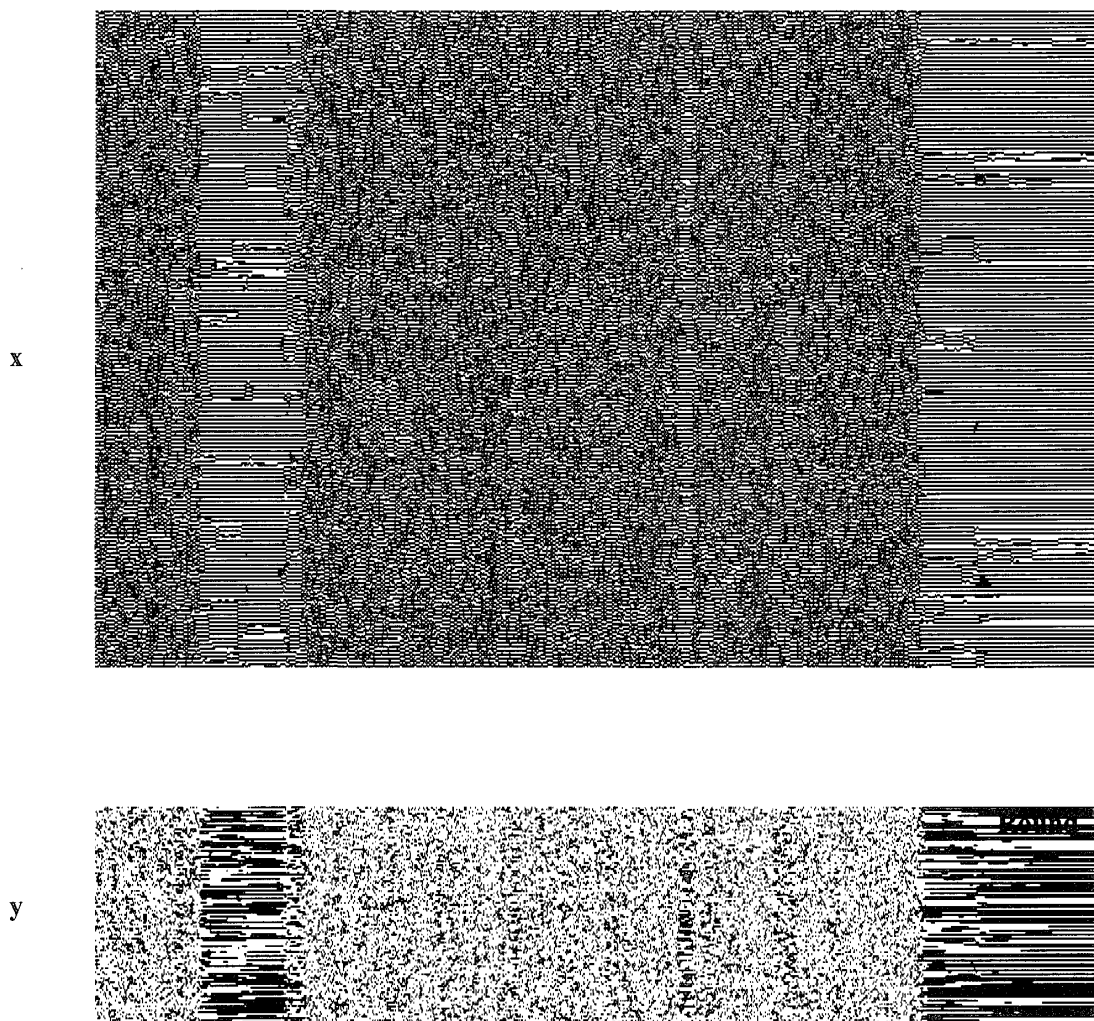


図16(a) $(Q, Z) = (3, 3)$ $N=330$ $M=110$ $p=1$
 餌と捕食者のドットパターン $R=5001 \sim 10000$

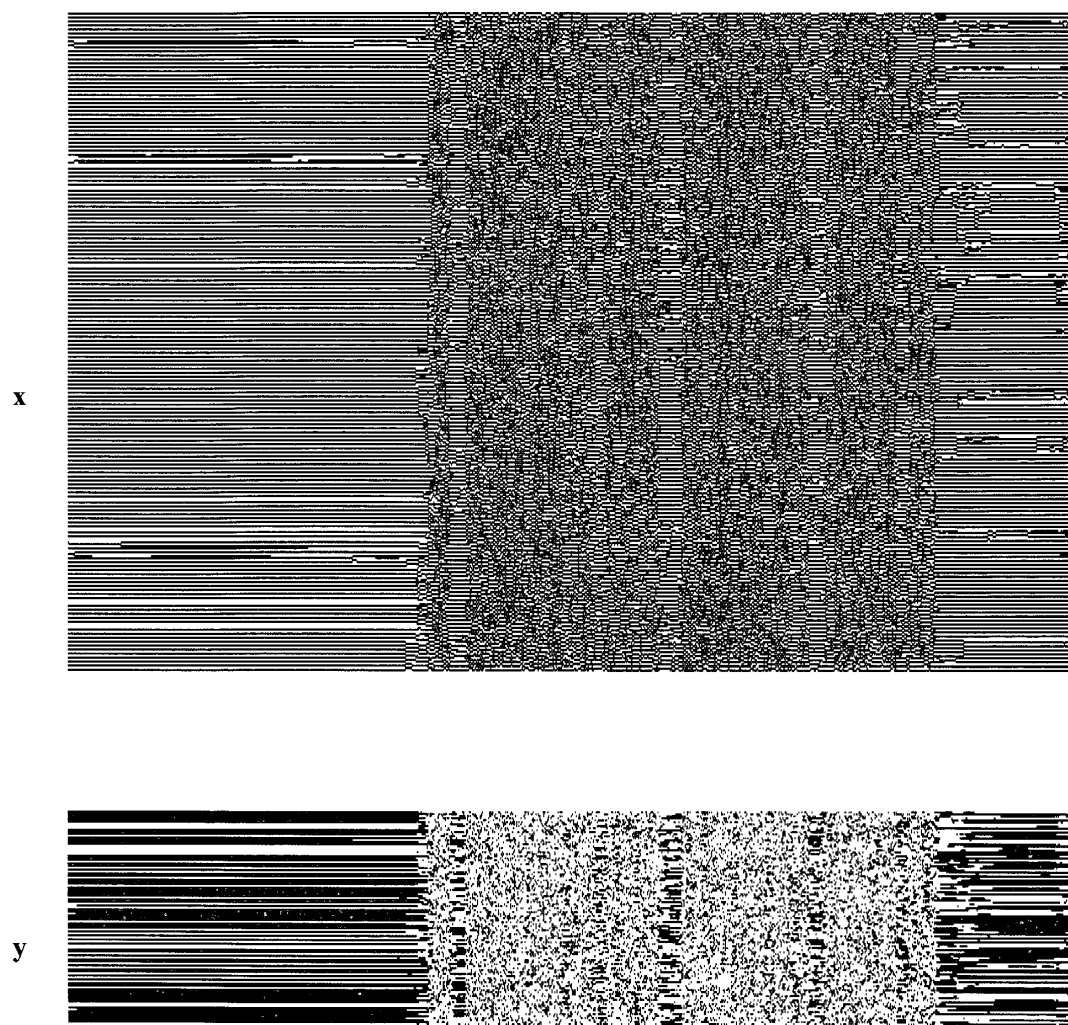


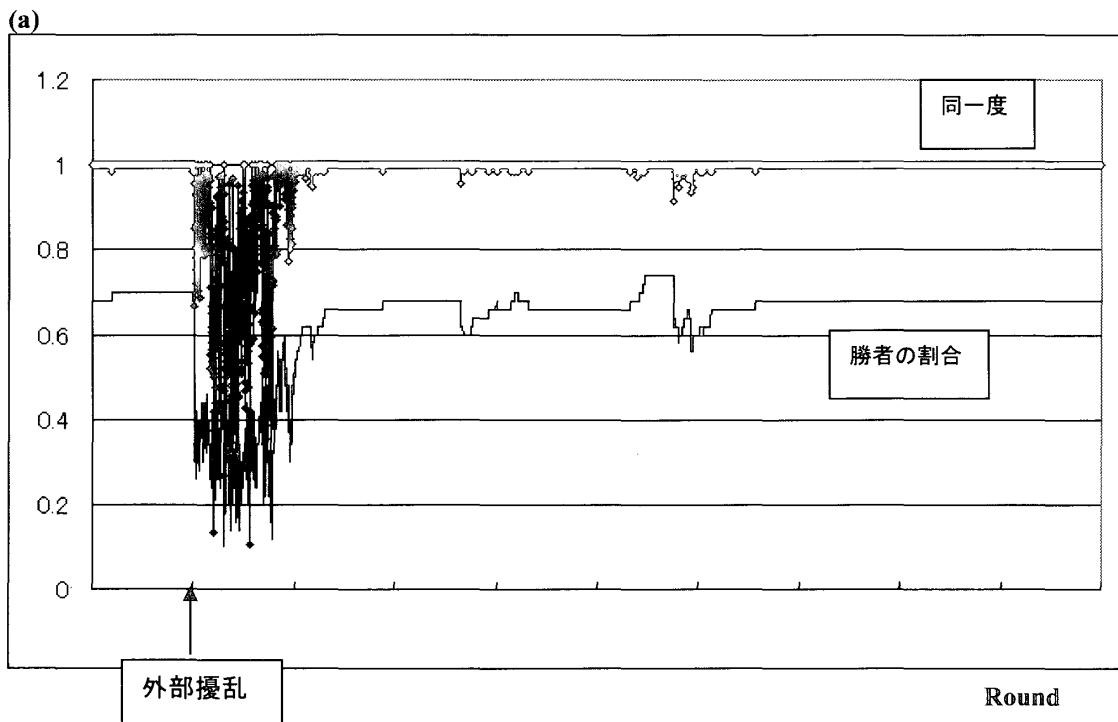
図16(b) $(Q, Z) = (3, 3)$ $N=330$ $M=110$ $p=1$
 餌と捕食者のドットパターン $R=10001 \sim 15000$

§ 5 おわりに

この論文で議論した生態ネットは非常にシンプルな時間発展のルールで記述されている。モデルの本質は捕食者の「生き残り」ゲームである。にもかかわらず、導入された二つのパラメータ、すなわちえじきの供給量 Q と、捕食者のえじきの要求量 Z に対応して、生態ネットはカオティックであったり、臨界的であったり、自己秩序形成的であった。

カオティックな生態ネットは効率が低い系である。それは捕食者同士の競合が強すぎるためである。一方安定な秩序を形成する生態ネットはとても効率が高い。単に効率が高いだけでなく、外部ノイズに対しても安定である。臨界性を示す生態ネットはカタストロフィックである。一時的に秩序が形成され、そこでは高い効率が達成されるが、この秩序はいずれ崩壊し、効率の低いカオティックな状態に移行する。このカタストロフがいつ起こるかを予測することは難しい（できない）。

カタストロフは、小さな外部擾乱（ノイズ）によっても引き起こされる。それを確認するため、次のような計算を行った。図4に示した系ではラウンドの後半ですでに秩序状態にある。そこで5001ラウンド目に、人工的な外部擾乱を入れてみる（すなわち1番目から10番目までのセルのえじきの数を0とした）。その結果を図17に示す。矢印で示した小さな外部擾乱により、系の秩序状態は簡単に崩壊している（そしてしばらく後にあらたな秩序が形成されている）。臨界状態にある生態ネットワークはこのように大変もろい（fragile）ものである。



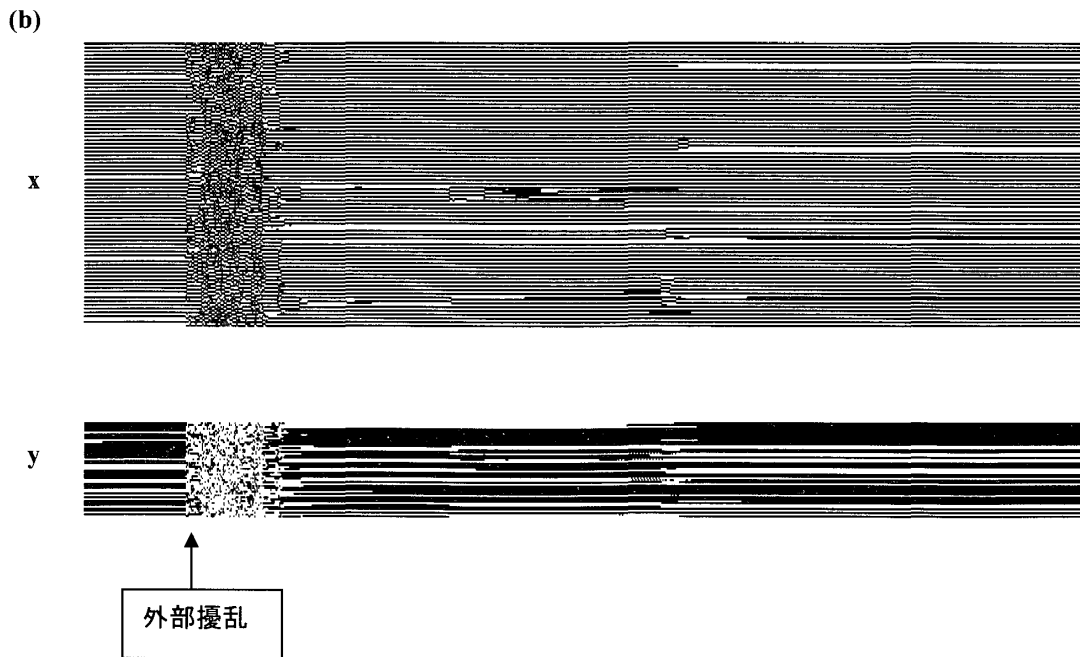


図17 $(Q,Z) = (3,3)$ $N=150$ $M=50$ $p=1$
 図4の系で5001ラウンド目に人工的な外部擾乱を加えた場合

ここで述べた生態ネットはモデルとして簡単すぎ、現実の捕食生態系にそのまま適用することはできない。しかし一つの「たとえ話」にはなるだろう。臨界的を示す生態ネットにおいては、ニッチでの餌の供給量が捕食者の要求量と微妙にバランスしている。こうした生態系においては、安定な秩序が形成されているように見えても、それは何の前兆もなしに、突然崩壊するのである。現実の多くの生態系も、捕食者とえじきの間の微妙なバランスの上に成立しているように見える。少なくとも捕食者に対してえじきが豊富すぎるとか少なすぎるということはないであろう。こうした生態系は、いま現在が安定に見えたとしても、いつなんどきカタストロフィックな崩壊を起こすか分からない。ましてそんな生態系に、人工の手を加えることはとても危ういことなのである。

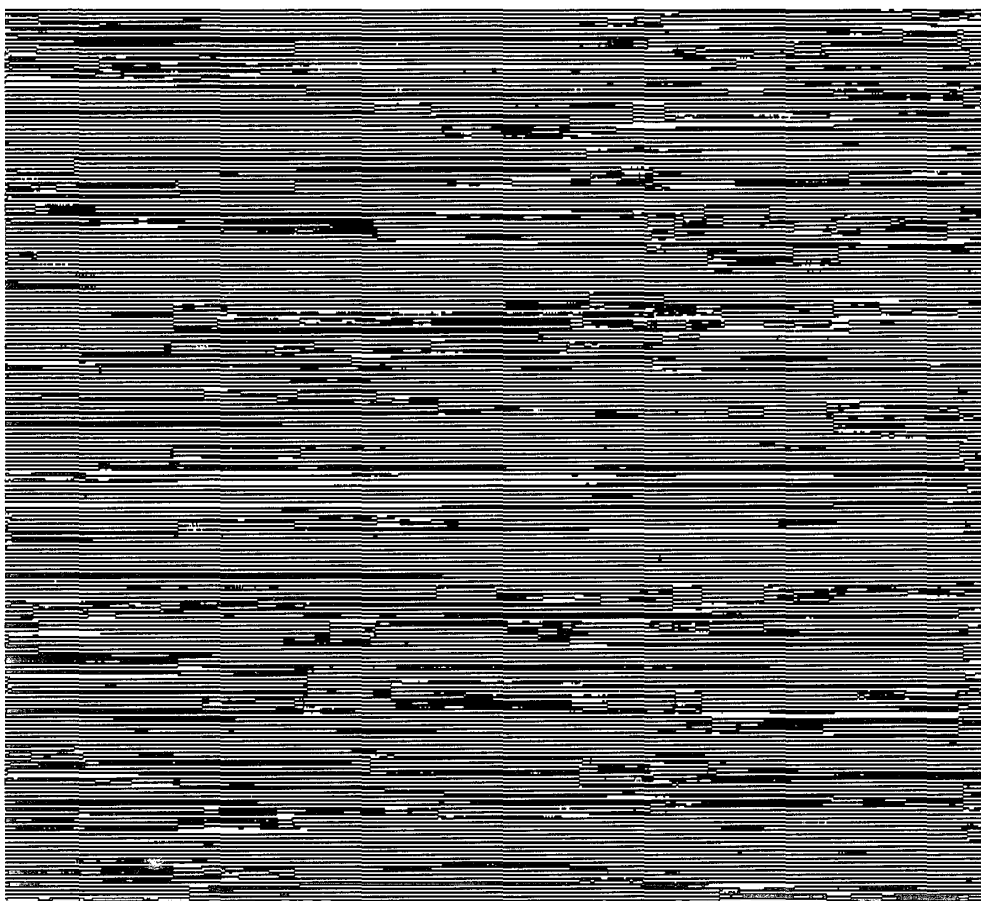
物理学者の寺田寅彦も、あるエッセイの中で生態系の複雑さに触れて、「自然界の平衡状態は試験管内の化学的平衡のような簡単なものではなく、その害の一端のみを見てただちにそのものの無用を論ずるのは、あまりにあさはかな量見であるかもしれない。」「○を押さえると△があらわれだす。天然の設計による平衡を乱す前には、よほどよく考えてかからないと危険なものである。」と述べている（文献4参照）。

最後にネットの結合数 n について補足をする。今までの議論はすべて $n=3$ の場合であった。結合数が3であるということは実は意味がある。計算を行ってみると、 $n>3$ の場合は勝者グループがただちに確立されるものの、生態ネット全体が効率化されることはない。なぜならたまたま勝者となったグループが恒久的にニッチを維持し、たまたま敗者になると捕食者は二度とニッチを獲得することができないからである。逆に $n<2$ の場合は、敗者が空いているセルを見い出し、いつでも競争に加わってくるので、勝者と敗者の区別

がなく、生態ネットはいつもカオティックな状態にある。

この小論を終えるにあたって、 $(Q,Z) = (4,3)$ の系が生み出す複雑なドットパターンを図18に示すことにする。

x



y

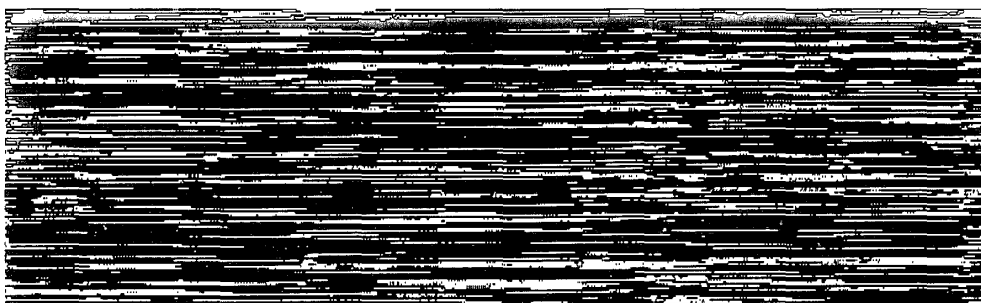


図18 $(Q,Z) = (4,3)$ $N=450$ $M=150$ $p=1$
ドットパターン

(2003年6月18日受付、2003年7月7日受理)

参考文献

1. S.Wolfram: *Theory and Applications of Cellular Automata*
(World Scientific, Singapore, 1986)
2. K.Sato: J.Phys.Soc.Jpn.62(1993)72-86.
3. 佐藤和弘：青森公立大学紀要第2巻1号（1996）16-27.
4. 佐藤和弘：青森公立大学紀要第8巻1号（2002）12-34.

Abstract

A simple survival Game for competing species is introduced and investigated numerically. It is assumed that (1) each species consists of hunting predators. (2) All the species have their own nests to live. (2) They feed on common preys which are distributed in a one dimensional cellular region. (4) Each species randomly attacks a certain number of cells to feed on preys. An evolutionary rule of this randomly connected predator-prey network is given in a highly simplified manner as a set of difference equations. An optimizing rule which facilitates the efficiency of the whole system is also included. In spite of its simplicity, this Game is found to exhibit complex behavior, i.e., its long-term behavior is chaotic, or self-organizing, or critical, depending on parameters involved.